

Feuille TP n° 3 : Systèmes creux

L'objectif de ce TP est d'utiliser des méthodes de résolution(s) de systèmes linéaires efficaces afin de résoudre l'équation de la chaleur.

Le principe est d'utiliser les méthodes de Krylov vues en cours afin de réaliser la résolution et de choisir le stockage le plus efficace.

Pour cela, vous utiliserez le langage *C*. Le code devra être documenter.

Afin de compiler le code, vous devez utiliser un `Makefile`.

Le code devra être structuré.

Vous trouverez sur le kiosk le modèle du code à compléter.

Exercice 1.

Le code se décompose en plusieurs parties. Afin de supprimer la contrainte sur le pas de temps (variable CFL), on souhaite remplacer le schéma explicite de résolution de l'EDP par une méthode implicite (type Euler).

Pour cela, nous avons besoin de remplacer la résolution explicite (ligne 74 à ligne 89) par une méthode de résolution implicite.

Soit $\Omega = [0, 1]^2$. L'équation résolue par ce code est la suivante

$$\begin{aligned} \partial_t u - D \nabla^2 u &= 0 \text{ sur } \Omega \\ u_g &= u_d = 10 \\ u_h &= u_b = 20 \end{aligned}$$

avec u_i les conditions aux limites et D le coefficient de diffusion.

L'équation est discrétisé en utilisant un schéma différence finie en espace et la méthode d'Euler explicite en temps. Nous obtenons ainsi le schéma numérique suivant

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + D * dt * \frac{u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n}{dx^2} + \frac{u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n}{dy^2}$$

Le schéma que l'on souhaite utiliser est de la forme suivante :

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + D * dt * \frac{u_{i+1,j}^{n+1} - 2u_{i,j}^{n+1} + u_{i-1,j}^{n+1}}{dx^2} + \frac{u_{i,j+1}^{n+1} - 2u_{i,j}^{n+1} + u_{i,j-1}^{n+1}}{dy^2}$$

1. Implémenter le schéma numérique présentée ci-dessus. Afin de résoudre le problème linéaire, on utilisera la méthode BICGSTAB.
2. Comparer la précision en fonction du pas de temps entre la méthode explicite et la méthode implicite.
3. Commenter.
4. (Bonus) Modifier le stockage de la matrice pour utiliser un stockage creux.